

Série de révision sur le calcul infinitésimal

Exercice 1. [Dérivées]

La dérivée de la fonction $f(x) = x^{(x^2)}$ vaut

☐ $x^{(x^2)}$

☐ $x^{(x^2)} 2x \ln(x)$

☐ $x^{(x^2)} \ln(x)$

☐ $x^{(x^2)} (x + 2x \ln(x))$

Exercice 2. [Dérivées]

La dérivée de la fonction $v(t) = 2^{3t}$ en $x \in \mathbb{R}_+$ vaut

☐ $v'(t) = (3t)2^{3t-1}$

☐ $v'(t) = 0$

☐ $v'(t) = 3 \cdot 2^{3t} \ln 2$

☐ $v'(t) = 3 \cdot 2^{3t}$

Exercice 3. [Dérivées]

La dérivée de la fonction $y(x) = \ln \left(\frac{(x+2)^3 (x+5)^7}{\sqrt{x-5}} \right)$, $x > 5$, vaut

☐ $y'(x) = \frac{3}{x+2} + \frac{7}{x+5} - \frac{1}{2(x-5)}$

☐ $y'(x) = \left(\frac{\sqrt{x-5}}{21(x+2)^2(x+5)^6} \right)$

☐ $y'(x) = \left(\frac{\sqrt{x-5}}{(x+2)^3(x+5)^7} \right)$

☐ $y'(x) = \ln \left(\frac{21(x+2)^2(x+5)^6}{2(x-5)^{1/2}} \right)$

Exercice 4. [Binôme de Newton]

Dans l'expression de la dérivée de la fonction $f(x) = (x+2)^{14}$ on trouve un terme qui vaut

☐ $6 \binom{14}{8} x^5 2^8$

☐ $\binom{14}{8} x^5 2^8$

☐ $\binom{14}{8} x^5$

☐ $6 \binom{13}{8} x^5$

Exercice 5. [Min et Max]

Quelle est la valeur minimale de la fonction $f(x) = e^x + \frac{1}{e^x}$?

☐ 0

☐ 2

☐ 1

☐ $e + \frac{1}{e}$

Exercice 6. [Équation de la tangente]

L'équation de la tangente à la fonction $y = \cos^2(x)$ au point $P = (\frac{\pi}{4}, \frac{1}{2})$ est

☐ $y = (x - \frac{\pi}{4}) + \frac{1}{2}$

☐ $y = -(x - \frac{\pi}{4}) - \frac{1}{2}$

☐ $y = -(x - \frac{\pi}{4}) + \frac{1}{2}$

☐ $y = (x - \frac{\pi}{4}) - \frac{1}{2}$

Exercice 7. [Polynôme de Taylor]

Quel est le polynôme de Taylor à l'ordre 5 de $\cos(x) + \sin(x)$ autour de 0 ?

☐ $1 - x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} - \frac{x^4}{24} - \frac{x^5}{120}$

☐ $1 + x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120}$

☐ $1 - x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120}$

☐ $1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120}$

Exercice 8. [Dérivée]

La dérivée de la fonction $f(x) = \ln(\frac{1}{x})$ en un point $x \neq 0$ vaut

☐ $-\frac{1}{x}$

☐ x

☐ $\frac{1}{x}$

☐ $-x$

Exercice 9. [Dérivée]

La dérivée de la fonction $g(x) = \arctan(\sqrt{x})$ en un point $x \geq 0$ vaut

☐ $\frac{\sqrt{x}}{2(1+x)}$

☐ $\frac{\sqrt{x}}{2(x+x^2)}$

☐ $\frac{1}{2(1+x)}$

☐ $\frac{1}{1+x}$

Exercice 10. [Dérivées d'ordre supérieur]

La dérivée 47 ème de la fonction $f(x) = \cos(-x)$ en $x = \pi$ vaut

☐ -1

☐ 0

☐ $\frac{1}{2}$

☐ 1

Exercice 11. [Min]

Quelle est la valeur minimale de la fonction $g(x) = x \ln(x)$?

☐ $-\frac{1}{e^2}$

☐ -1

☐ $-\frac{1}{e}$

☐ $\frac{1}{e}$

Exercice 12. [Dérivées d'ordre supérieur]

La dérivée n -ième de la fonction $f(x) = e^{-2x}$ en un point x vaut

☐ $2^n e^{-2x}$

☐ $(-2)^n e^{2x}$

☐ $(-2)^n e^{-2x}$

☐ $2^n e^{2x}$

Exercice 13. [Croissance-décroissance]

La fonction $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$ définie par $f(x) = \frac{1}{x}$

☐ est croissante sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

☐ est décroissante sur $]0, +\infty[$

☐ est décroissante sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

☐ est croissante sur $] - \infty, 0]$

Exercice 14. [Croissance et dérivée]

Si $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sont croissantes et dérivables, alors

☐ $f - g$ est croissante

☐ $f - g$ est décroissante

☐ $f + g$ est croissante

☐ $f'(x)g'(x) \leq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

Exercice 15. [Primitives]

Une primitive de la fonction $\frac{e^{\tan(x)}}{\cos^2(x)}$ est

☐ $e^{\cos(x)}$

☐ $e^{\cot(x)}$

☐ $\frac{e^{\tan(x)}}{\cos(x)}$

☐ $e^{\tan(x)}$

Exercice 16. [Intégrales]

L'intégrale $\int_1^e \frac{1}{x} dx$ vaut

☐ 1

☐ $e - 1$

☐ $\frac{3}{2}$

☐ $\frac{1}{2}$

Exercice 17. [Intégrale indéfinie]

L'intégrale indéfinie $\int \frac{1}{4x^2 - 4x + 4} dx$ vaut

☐ $\frac{\sqrt{3}}{6} \arctan\left(\frac{2x-1}{\sqrt{3}}\right) + C$ avec $C \in \mathbb{R}$

☐ $\frac{\sqrt{3}}{3} \arctan\left(\frac{2(x-1)}{\sqrt{3}}\right) + C$ avec $C \in \mathbb{R}$

☐ $\frac{1}{6} \arctan(2x - 1) + C$ avec $C \in \mathbb{R}$

☐ $\frac{1}{3} \arctan(2(x - 1)) + C$ avec $C \in \mathbb{R}$

Exercice 18. [Intégrale indéfinie]

L'intégrale indéfinie $\int x^2 \cos(x) dx$ vaut

- ☐ $x^2 \sin(x) - 2x \sin(x) + C$ avec $C \in \mathbb{R}$ ☐ $-x^2 \sin(x) - x \cos(x) + \sin(x) + C$ avec $C \in \mathbb{R}$
☐ $x^2 \sin(x) + 2x \cos(x) - 2 \sin(x) + C$ avec $C \in \mathbb{R}$ ☐ $x^2 \sin(x) - x \cos(x) - \sin(x) + C$ avec $C \in \mathbb{R}$

Exercice 19. [Intégrale définie]

L'intégrale définie $\int_0^1 \frac{14x}{1+9x^2} dx$ vaut

- ☐ $14(\arctan(10) - \pi/4)$ ☐ $\frac{7}{9} \ln(10)$
☐ $14 \ln(10)$ ☐ $\frac{7}{9}(\arctan(10) - \pi/4)$

Exercice 20. [Intégrale définie]

L'intégrale $\int_1^2 x^6 dx$ vaut

- ☐ $\frac{126}{7}$ ☐ $\frac{127}{7}$
☐ $\frac{128}{7}$ ☐ $\frac{129}{7}$

Exercice 21. [Intégrale définie]

L'intégrale $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} \cos(2x) dx$ vaut

- ☐ $1 - \frac{\sqrt{2}}{4}$ ☐ $\frac{2-\sqrt{2}}{4}$
☐ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ☐ $1 + \frac{\sqrt{2}}{4}$

Exercice 22. [Aire entre les courbes]

L'aire entre la courbe $y = x^3$, la courbe $y = x^2$ et les droites verticales $x = 0$ et $x = 1$ vaut

- ☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{1}{3}$
☐ $\frac{1}{12}$ ☐ $\frac{1}{6}$

Exercice 23. [Aire sous la courbe]

L'aire sous la courbe $y = x^\pi$ entre les droites verticales $x = 1$ et $x = 2$ vaut

- ☐ $2^{\pi+1} - 1$ ☐ $\frac{2^{\pi+1}-1}{\pi+1}$
☐ $\frac{\pi+1}{2^{\pi+1}}$ ☐ $2^\pi - 1$

Exercice 24. [Intégrale définie]

L'intégrale $\int_0^2 x^2 \cos\left(\frac{7\pi}{2}x\right) dx$ vaut :

☐ $\frac{16}{7\pi} - \frac{16}{(7\pi)^3}$

☐ $-\frac{8}{(7\pi)^2} + \frac{16}{(7\pi)^3}$

☐ $\frac{4}{7\pi}$

☐ $-\left(\frac{4}{7\pi}\right)^2$

Exercice 25. [Intégrale indéfinie]

L'intégrale $\int \sqrt{1+3x^2} dx$ vaut:

☐ $\frac{1}{2}x\sqrt{1+3x^2} + \frac{1}{2\sqrt{3}} \operatorname{arsinh} \sqrt{3}x + C$

☐ $x\sqrt{1+3x^2} - x + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arsinh} \sqrt{3}x + C$

☐ $x\sqrt{1+3x^2} - \frac{1}{3}\sqrt{1-3x^2} + C$

☐ $x\sqrt{1+3x^2} - 1 + C$

Exercice 26. [Intégrale indéfinie]

L'intégrale $\int \frac{1}{4}x e^{\sqrt{\frac{1}{3-x^2}}} (3-x^2)^{-\frac{3}{2}} dx$ vaut :

☐ $\frac{1}{8} \frac{1}{\sqrt{3-x^2}} e^{\sqrt{\frac{1}{3-x^2}}} + C$

☐ $\frac{1}{8} e^{\sqrt{\frac{1}{3-x^2}}} + C$

☐ $\frac{1}{4} \frac{1}{\sqrt{3-x^2}} e^{\sqrt{\frac{1}{3-x^2}}} + C$

☐ $\frac{1}{4} e^{\sqrt{\frac{1}{3-x^2}}} + C$

Exercice 27. [Intégrale indéfinie]

L'intégrale $\int \frac{2}{7\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2x^2+2} dx$ vaut, $\forall C \in \mathbb{R}$:

☐ $\frac{1}{7}\sqrt{x^2+1} + \frac{1}{2} \arctan(x) + C$

☐ $\frac{1}{7}\sqrt{x^2+1} + \ln(2x^2+2) + C$

☐ $\frac{2}{7} \arcsin(x) + \frac{1}{2x} \ln(x^2+1) + C$

☐ $\frac{2}{7} \arcsin(x) + \frac{1}{2} \arctan(x) + C$